Model nové keynesovské ekonomiky

• začneme uzavřenými

$$C_t = \left[\int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} \, di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

důležité: $\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right) \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} = 1$

i = index výrobce (resp. zboží; každý výrobce vyrábí 1 zboží)

$\varepsilon > 0$; pružnost substituce; $\varepsilon \neq 1$

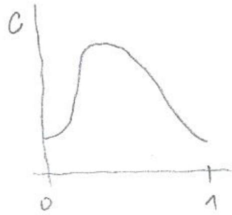
$C_t(i)$ spotřeba i-tého zboží

Podniků je strašně moc: $i \in [0;1]$ je jich nekonečno

Poznámka: v matematice máme mnoho různých druhů nekonečen:

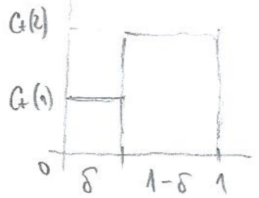
- 1, 2, 3, … množina přirozených čísel
- $\frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \ldots$ mn. ~~reálných~~ racionálních čísel (stejné nekonečno jako N)
- reálná čísla – to už je mohutnější nekonečno – „kontinuum", proto většinou říkáme kontinuum zboží (v tomto modelu)

• integrovat nelze jakoukoli funkci



třeba takhle by šla
je ale problém jak to pak ekonomicky vysvětlit

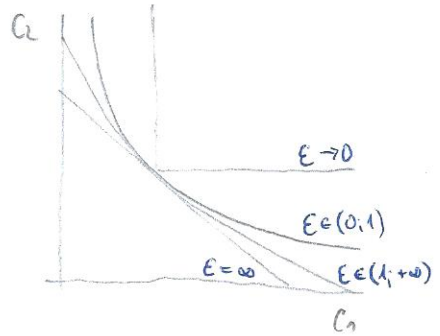
• proč to umocňuju a pak zase odmocňuju? – jsem nepochopil



Potom souhrnný index vypadá:

$$C_t = \left[\delta C_t(1)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} + (1-\delta) C_t(2)^{1-\frac{1}{\varepsilon}} \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \qquad \varepsilon \in (0;1) \cup (1;+\infty)$$

vrstevnice této funkce:
na začátku jsem si určil, že $C_t = 1$



všechny dvojice C_1, C_2, které udělí indexu hodnotu 1. Zakřivenost této křivky je ovlivněna hodnotou ε

pro $\varepsilon \in (0;1)$ musím vyrábět každé zboží ($C_t(i) > 0$ pro $i \in (0,1)$) jinak by index byl celý nulový

pro $\varepsilon \to 0$ je substituce čím dál těžší

ACMS funkce (také CES)

C_t - souhrnný index

$C_t(i)$ - spotřeba i-tého druhu zboží v čase t

„Stiglitzův agregátor"

Pokud by bylo $\varepsilon = 1$, používá se $C_t = \int_0^1 \log C_t(i)\,di$, ale podle něj by se měl používat spíš e na tento integrál

- užitkové funkce: $\sum_{t=1}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t)$
- rozpočtové omezení: $\int_0^1 P_t(i) C_t(i)\,di + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t + Z_t$ — $Z_t > 0$ podpory, $Z_t < 0$ daně

- našemu spotřebiteli jde o co nejvyšší celkovou spotřebu – její struktura nás už nezajímá

Minimalizuje výdaje $\int_0^1 P_t(i) C_t(i)\,di$ za podmínky $C_t = \left[\int_0^1 C_t^{1-\frac{1}{\varepsilon}}(i)\,di\right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$

(tu známe) – v rámci úlohy je C_t konst.

Převedeme podmínku na lineární tvar:

$$C_t^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} = \int_0^1 C_t^{1-\frac{1}{\varepsilon}}(i)\,di$$

$$\mathcal{L} = \int_0^1 P_t(i) C_t(i)\,di - \mu\left[\int_0^1 C_t^{1-\frac{1}{\varepsilon}}(i)\,di - C_t^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\right]$$

- teď se dělá variace, ale derivace vyjde stejně – jen to není formálně správně :-)

$$\Rightarrow P_t(i) = \lambda C_t^{-\frac{1}{\varepsilon}}(i) \qquad \text{kde } \lambda = \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) \cdot \mu$$

$$(1) \quad C_t(i) = \lambda^{\varepsilon} P_t^{-\varepsilon}(i)$$

tohle dosadím do upravené vazby (6.2.)

$$C_t^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} = \lambda^{\varepsilon-1} \int_0^1 P_t^{1-\varepsilon}(i)\,di$$

$$C_t^{\frac{1}{\varepsilon}} = \lambda\left[\int_0^1 P_t^{1-\varepsilon}(i)\,di\right]^{\frac{1}{\cancel{1-}\varepsilon-1}}$$

$$\lambda = C_t^{\frac{1}{\varepsilon}} \underbrace{\left(\int_0^1 P_t^{1-\varepsilon}(i)\,di\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}}_{P_t \,=\, \text{souhrnný index cen}}$$

$$\lambda = C_t^{\frac{1}{\varepsilon}} \cdot P_t$$

Dosadím do (1):

$$C_t(i) = C_t P_t^{\varepsilon} P_t^{-\varepsilon}(i)$$

$$C_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} C_t$$

Poptávková funkce po spotřebě i-tého produktu

- Souhrnné výdaje na spotřebu se rovnají součinu souhrnného indexu spotřeby a cenového indexu $\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di = P_t C_t$

→ rozpočtovou rovnici můžeme upravit:

$$P_t C_t + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t + Z_t$$

- sestrojíme $\mathcal{L}$ a derivujeme podle C_t, N_t, B_t (viz str. 170)

FIRMY

- každá firma má monopol – vyrábí 1 druh zboží

$Y_t(i) = A_t L_t^{1-\alpha}(i)$ ◦ neuvažujeme kapitál, aby to bylo jednodušší

<u>Dynamika cen</u>

- podíl firem o velikosti θ ceny nebudou měnit
- ceny se nemění průběžně ~~ale~~ a okamžitě, ale chvíli to trvá → zjištění cen je nákladný krok

Když cenu nezmění: $P_{t,*} = P_{t-1,*}$

~~když změní~~, ~~„Calvův" přístup~~ „Calvův" přístup

- soubor firem rozdělíme na 2 podíly – 1 ceny upravuje, druhý ne
- pro zjednodušení z hlediska 1 firmy jde o náhodný proces

$$P(\text{upraví}) = 1-\theta$$
$$P(\text{neupraví}) = \theta$$

- firma cenu upraví i s ohledem na budoucí stavy (aby je nemusela upravovat moc často)

$$P_t = \left[\theta P_{t-1}^{1-\varepsilon} + (1-\theta) P_t^{*\,1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

předpokládáme technologickou homogenitu firem → po úpravě zvolí stejnou cenu (diskutabilní)

$$\Pi_t^{1-\varepsilon} = \theta + (1-\theta)\left[\frac{P_t^*}{P_{t-1}}\right]^{1-\varepsilon}$$

$\Pi_t = P_t / P_{t-1}$, historická inflace log linearizace:

$$e^{(1-\varepsilon)\pi_t} = \theta + (1-\theta)\, e^{(1-\varepsilon)(\mu_t^* - \mu_{t-1})} \qquad \pi_t = \ln \Pi_t$$

$$1+(1-\varepsilon)\pi_t = \theta + (1-\theta)\left(1+(1-\varepsilon)(\mu_t^* - \mu_{t-1})\right)$$

$$= \underbrace{\theta + (1-\theta)}_{1} + (1-\theta)(1-\varepsilon)(\mu_t^* - \mu_{t-1})$$

$$\cancel{1}+(1-\varepsilon)\pi_t = \cancel{1} + (1-\theta)(1-\varepsilon)(\mu_t^* - \mu_{t-1})$$

$$\pi_t = (1-\theta)(\mu_t^* - \mu_{t-1})$$

- jak firmy mění svoje ceny?

„výroba firem, které změnily cenu v čase t"

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \Big\{ \underbrace{Q_{t,t+k}}_{\text{diskont}} \big[\underbrace{\underbrace{P_t^* Y_{t+k|t}}_{\text{tržby - počítá, že po změně zůstane cena natrvalo}} - \underbrace{\Psi(Y_{t+k|t})}_{\text{nákladová funkce}}}_{\text{zisk firmy v čase } k} \big] \Big\}$$

θ^k je tam proto, že $(1-\theta)$ firem změnilo cenu a s pravděpodobností θ^k je měnit nebudou

$$Q_{t,t+k} = \frac{1}{(1+i_t)(1+i_{t+1}) \cdot \ldots \cdot (1+i_{t+k-1})}$$

z toho náhodná veličina (bráno jak)

vazba: $$Y_{t+k|t} = \left[\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right]^{-\varepsilon} \cdot C_{t+k}$$ to je vlastně upravená poptávková funkce

~~po~~ derivace a úpravě: podle P_t^*

$$\left(Y_{t+k|t}\right)' = \frac{-\varepsilon P_t^{*\,-\varepsilon-1}}{P_{t+k}^{-\varepsilon}} \cdot C_{t+k} = -\varepsilon \left[\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right]^{-\varepsilon} \cdot \frac{1}{P_t^*} \cdot C_{t+k} = -\varepsilon \cdot Y_{t+k|t} \cdot \frac{1}{P_t^*}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \Big\{ Q_{t,t+k} \Big[Y_{t+k|t} + \cancel{P_t^*} \cdot \Big(-\varepsilon Y_{t+k|t} \cdot \frac{1}{\cancel{P_t^*}}\Big) - \Psi'(Y_{t+k|t}) \cdot \Big(-\varepsilon Y_{t+k|t} \cdot \frac{1}{P_t^*}\Big) \Big] \Big\} = 0$$

složená funkce

druhý člen derivuje vazbu

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \Big\{ Q_{t,t+k} \cdot Y_{t+k|t} \Big[1-\varepsilon + \Psi'(Y_{t+k|t}) \cdot \varepsilon \frac{1}{P_t^*} \Big] \Big\} = 0 \qquad / \cdot \frac{P_t^*}{1-\varepsilon}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \Big\{ Q_{t,t+k} \cdot Y_{t+k|t} \Big[P_t^* + \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \Psi'(Y_{t+k|t}) \Big] \Big\} = 0 \qquad \Lambda = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$$

d. přednáška 11. 4 2013

- teď to vydělím P_{t-1} (to je deterministická veličina)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t\left\{Q_{t,t+k}\, Y_{t+k|t}\left(\frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \Lambda\, MC_{t+k|t} \cdot \Pi_{t-1,t+k}\right)\right\} = 0$$

$$\frac{\Psi'(Y_{t+k|t})}{P_{t-1}} = \underbrace{\frac{\Psi'(Y_{t+k|t})}{P_{t+k}}}_{\text{„reálné náklady"} \;=\; MC_{t+k|t}} \cdot \underbrace{\frac{P_{t+k}}{P_{t-1}}}_{\text{„inflační index proti času } t-1\text{"} \;=\; \Pi_{t-1,t+k}}$$

- logaritmická linearizace
- předpokládáme existenci stacionárního řešení, stabilní P, Y, MC, $Q=\beta$; inflační indexy budou jedničky
  $Q_{t+k|t} = \beta^k$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k Y\left[1-\Lambda MC\right] = 0$$

$$Y\left[1-\Lambda MC\right] \underbrace{\frac{1}{1-\theta\beta}}_{\text{součet geometrické řady}} = 0$$

$$1-\Lambda MC = 0$$

$$MC = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \qquad \text{protože } \Lambda = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}$$

linearizuji kolem stac. stavu:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k \cancel{Y} E_t\left(\frac{Q_{t,t+k}}{\beta}\cdot\frac{Y_{t+k|t}}{Y}\left[\frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \cancel{\Lambda}\frac{MC_{t+k|t}}{MC}\cdot \Pi_{t-1,t+k}\right]\right) = 0 \qquad /:Y$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k E_t\left\{\frac{Q_{t,t+k}}{\beta}\cdot\frac{Y_{t+k|t}}{Y}\cdot\frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \frac{Q_{t,t+k}}{\beta}\cdot\frac{Y_{t+k|t}}{Y}\cdot\frac{MC_{t+k|t}}{MC}\cdot\Pi_{t-1,t+k}\right\} = 0$$

výsledkem (6.10)

9. přednáška 19.4.2013 (1)

chceme se dostat k: $\boxed{\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa \hat{y}_t}$

κ nějaký koeficient ; $\kappa > 0$

$\hat{y}_t$ produkční mezera

$= y_t - y_t^n$

„novokeynesovská Phillipsova křivka"

z (6.9) jsme dostali (6.10), následně:

y_t^n značí přirozenou produkci (pět světel)

$$-(1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \cdot p_{t-1}$$ (upravuji jen kus vzorce)

součet geometrické řady: $-\cancel{(1-\beta\theta)}\, p_{t-1} \cdot \frac{1}{\cancel{1-\beta\theta}}$

tím jsem ze vzorce získal na obou stranách p_{t-1}

$\log MC = -\mu$ (logaritmus mezních nákladů ve stacionárním stavu)

$\Rightarrow \mu = \log \Lambda$

Trží rovnováha – kondition $Y_t = C_t$ a také $y_t = c_t$

můžeme c_t zaměnit za y_t: $y_t = E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t \pi_{t+1} - \rho)$

– na trhu práce $N_t = \int_0^1 L_t(i)\,di$ pro $\forall t$

vezmu levou stranu rovnice a vzpomenu si, jakou produkční fci používáme:

$$Y_t(i) = A_t \cdot L_t^{1-\alpha}(i)$$

$$\left(\frac{Y_t(i)}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = L_t(i)$$

dosadím do rovnice rovnováhy trhu práce:

$$N_t = \int_0^1 \left(\frac{Y_t(i)}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} di$$

poptávková funkce (pro zopakování):

$$Y_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon} \cdot Y_t$$

toto dosadím:

$\cancel{\left(\frac{Y_t}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{\frac{-\varepsilon}{1-\alpha}}}$ $\quad \int_0^1 \left(\frac{Y_t}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{\frac{-\varepsilon}{1-\alpha}} = \int_0^1 L_t(i)$

$$\left(\frac{Y_t}{A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{\frac{-\varepsilon}{1-\alpha}} = L_t \cancel{(i)}$$

$= N_t$

souhrnný index požadavku na práci

$$\frac{Y_t}{A_t} \int_0^1 \left(\left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\frac{\varepsilon}{1-\alpha}}\right)^{1-\alpha} = N_t^{1-\alpha}$$

logaritmizace celého výrazu:

$$y_t - a_t = (1-\alpha)\, n_t + d_t$$ ← logaritmus tohoto integrálu závisí na t

$$\underbrace{y_t = a_t + (1-\alpha)\, n_t}_{} + d_t$$

když se na to podívám, tak je to agregovaná produkce, ale navíc je tam odchylka (d_t), která je způsobena změnou cenového indexu

já ho v dalších krocích zanedbám:

$$y_t = a_t + (1-\alpha)\, n_t$$

$$d_t = (1-\alpha) \log \int_0^1 \left(\frac{P_t(i)}{P_t}\right)^{-\varepsilon/(1-\alpha)} di$$

d_t je přibližně konstantní

když je konstantní, tak mi v dalších úpravách vypadne, když řeším odchylky od stacionárního stavu

ale ono to vypadne i v dalších úpravách (prý)

Teď potřebuju z (6.10) zbavit sektorové mezní náklady $mc_{t+k|t}$ a nahradit, pokud možno, mc_{t+k} pro celou ekonomiku

já si je vyjádřím pomocí mezního produktu (ze cvičení):

$$mc_t = \underbrace{(w_t - p_t)}_{\text{reálná mzda}} - \underbrace{mpn_t}_{\text{mezní produkt práce}} = (w_t - p_t) - (a_t - \alpha n_t) - \log(1-\alpha) \; *$$

mezní produkt práce nahrazuji mezním produktem

$$Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$$

$$\frac{dY_t}{dN_t} = (1-\alpha) \cdot A_t \cdot N_t^{-\alpha} = (1-\alpha)\, Y_t \cdot \frac{1}{N_t}$$

$$\cancel{= y_t - n_t + \log(1-\alpha)}$$

$$* = (w_t - p_t) - \frac{1}{1-\alpha}(a_t - \alpha y_t) - \log(1-\alpha)$$

$mc_{t+k|t}$ mám vyjde de facto stejně a odečtene to od sebe:

$$mc_{t+k|t} = mc_{t+k} + \frac{\alpha}{1-\alpha}(y_{t+k|t} - y_{t+k}) = mc_{t+k} - \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha}(p_t^* - p_{t+k})$$

tady se použije logaritmus poptávkové funkce:

$$Y_{t+k|t} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right)^{-\varepsilon} \cdot Y_{t+k}$$

9. přednáška 19.4.2013 (1)

$$\frac{Y_{t+k|t}}{Y_{t+k}} = \left(\frac{P_t^*}{P_{t+k}}\right)^{-\varepsilon}$$

$$y_{t+k|t} - y_{t+k} = -\varepsilon\,(p_t^* - p_{t+k})$$

Vrací se zpět k (6.10), ignoruje první člen:

$$(1-\beta\theta)\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k p_{t+k} = (1-\beta\theta)\left[p_t + \beta\theta p_{t+1} + (\beta\theta)^2 p_{t+2} + \dots\right] =$$

$$= p_t + \beta\theta p_{t+1} + (\beta\theta)^2 p_{t+2} \dots$$

$$-\beta\theta p_t - (\beta\theta)^2 p_{t+1}$$

$$\beta\theta\pi_{t+1} \qquad (\beta\theta)^2\pi_{t+2}$$

ještě bych sem měl přidat $-p_t$, ale to se mi tam potom promítne' objeví

$$p_t - p_{t-1} = (1-\beta\theta)\,\Theta\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \underset{\text{fluktuace}}{\tilde{mc}_{t+k}} + \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k E\,\pi_{t+k}$$

$$E_t(p_{t+1} - p_t) = (1-\beta\theta)\,\Theta\sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \tilde{mc}_{t+1+k} + \sum_{k=0}^{\infty}(\beta\theta)^k \pi_{t+1+k} \qquad /\cdot(\beta\theta)$$

a od první rovnice odečtu druhou:

píšu prvních pár členů:

$$p_t - p_{t-1} - (\beta\theta)E_t(p_{t+1} - p_t) = \tilde{mc}_t + \pi_t + \beta\theta\tilde{mc}_{t+1} + \beta\theta\pi_{t+1} + \dots$$

$$- \beta\theta\tilde{mc}_{t+1} - \beta\theta\pi_{t+1} - \dots$$

tohle se celé zmizí

$\Rightarrow$

$$p_t^* - p = \dots$$

$$\pi_t = \beta E_t\pi_{t+1} + \lambda\,\tilde{mc}_t \qquad (6.13)\ \text{pomocí}\ (6.7)$$

fluktuaci $\tilde{mc}_t$ řeším zavedením přirozené úrovně výroby

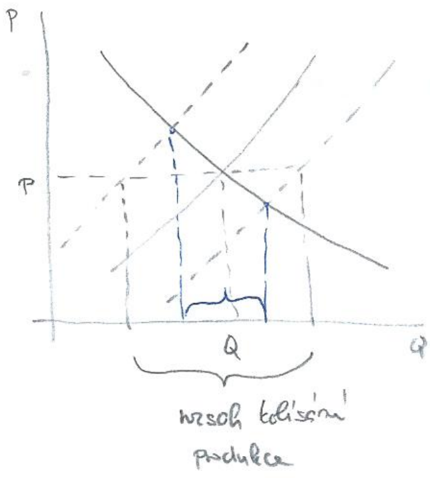
$$\tilde{mc}_t = \left(\sigma + \frac{\varphi+\alpha}{1-\alpha}\right)\underset{\text{produkční mezera } \hat{y}_t}{(y_t - y_t^n)}$$

$$\Rightarrow \pi_t = \beta E_t\pi_{t+1} + \kappa\hat{y}_t \qquad \kappa = \lambda\left(\sigma + \frac{\varphi+\alpha}{1-\alpha}\right)$$

• nejdříve jsme odstranili mc výrobců, které optimalizují ceny
dostali jsme mc věcí, ale to jsme si moc nepomohli
pak jsme definovali přirozenou úroveň výstupu a nahradili mc produkční mezerou

DYNAMICKÁ IS KŘIVKA

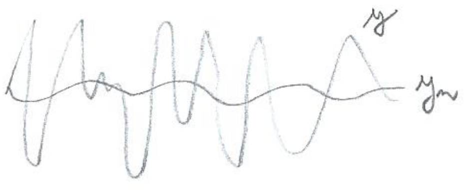
- přečíst v učebním textu
- závěrečný tvar bych řekl uvidíte ve formě (6.22) dál už to číst nemusíte



• teď si představte, že máme ekonomiku, kde to s tím P není tak slavné
• ukážeme z negativní šoky
• když se cena nemění, tak množství kolísá v naznačeném rozmezí
• když ceny průběžně reagují, je fluktuace menší

=> přirozená produkce (= flexibilní ceny) fluktuuje mnohem méně než skutečná produkce

neodůvodněná metoda:



Tu nejhezčí klasický příměr
není to moc odůvodněný