MAKROEKONOMICKÉ MODELY

Model IS-LM

- založen na rovnováze komoditního a peněžního trhu
- agregátní poptávka = Z
- produkce = Y

stav rovnováhy $Z = Y$

ten ale může být narušen

- rovnováha na peněžním trhu:

$L = M$ peněžní poptávka = nabídka peněz

- disagregace komoditní rovnováhy:

$$Z = Y$$

$$C + I + G = C + S$$ (uzavřená ekonomika, $X = 0$)

- cenová hladina je konstantní

$$I + G = S$$

$I + G > S$ → agregovaná poptávka je větší než nabídka
nabídka reaguje tak, že rozšíří výrobu

$I + G < S$ → výroba je větší než poptávka
v následujícím období snížíme výrobu

- vyrovnávacím faktorem je výroba. Srovnej: ceny – walrasovský přístup
→ keynesovský přístup; úroková míra – neoklasický přístup

- na peněžním trhu vyrovnávacím činitelem je úroková míra R

$I + G$ rozdělím na investice podnikatelské a investice autonomní: $I + A$

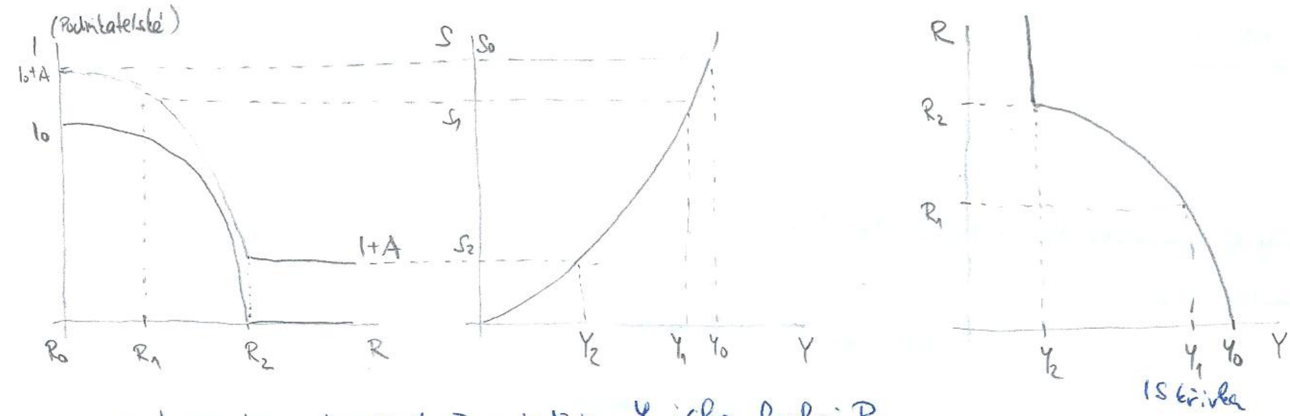
rovnováha na komoditním trhu bude popsána:

$$I(R) + A = S(Y)$$

poptávka po penězích: transakční a spekulativní:

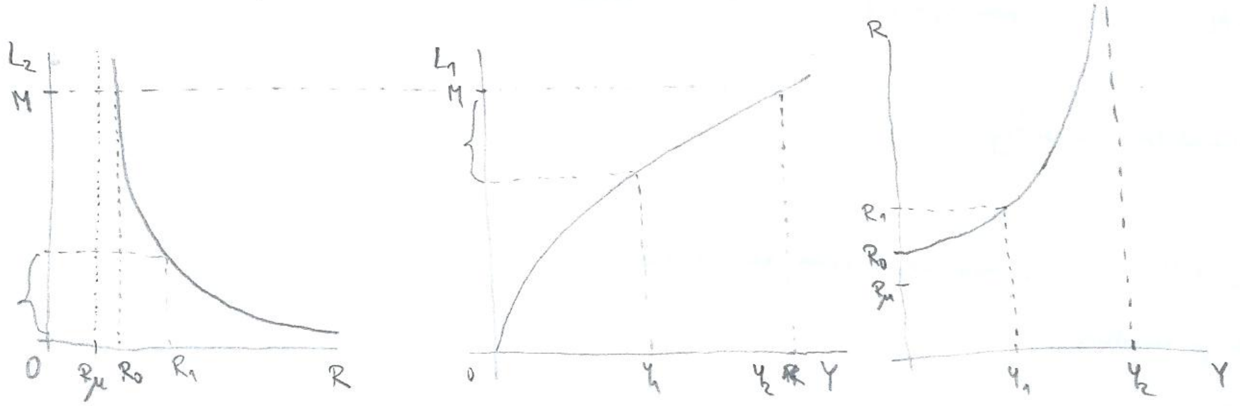
$$L_1(Y) + L_2(R) = M$$

• Soustava 2 nelineárních rovnic se 2 neznámými (Y, R)



• první rovnice implicitně vyjadřuje Y jako funkci R

• růstu A odpovídá posun IS křivky doprava, pokles A doleva



• zvýšení peněžní nabídky vyvolá posun LM křivky doprava

Nespojitá dynamika

$$I(R_t) + A = S(Y_t)$$

$$L(R_t, Y_{t-1}) = M$$

• vztah mezi R a Y zde se zpožděním; úroková míra reaguje na makroveličiny později

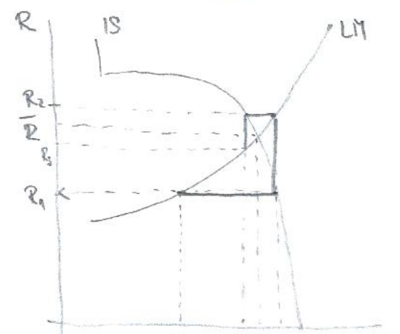
• počáteční stav Y_0:

- Y_0 $\quad\rightarrow \bar{R}$
- R_1, Y_1 $\quad\rightarrow \bar{Y}$
- R_2, Y_2

⋮

je ale nutné, aby v okolí rovnováhy měla IS větší spád než LM
jinak je model nestabilní

• pavučinový graf



linearizovaný systém:

$$i_0 + i_1 R_t = s_0 + s_1 Y_t$$
$$l_0 + l_1 Y_{t-1} - l_2 R_t = M$$

- vypočítám R_t a zjistím směrnice obou přímek vzhledem k Y.
- vyeliminuji R:

$$Y_t = \frac{i_0 - s_0}{s_1} - \frac{i_1(l_0 - M)}{s_1 l_2} - \underbrace{\frac{l_1 i_1}{l_2 s_1}}_{\text{sklon LM dělený sklonem IS}} Y_{t-1}$$

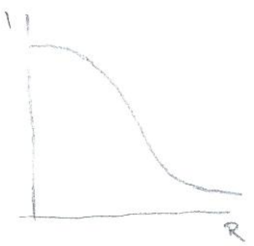
- vyjádřím rovnovážný stav odchylku:

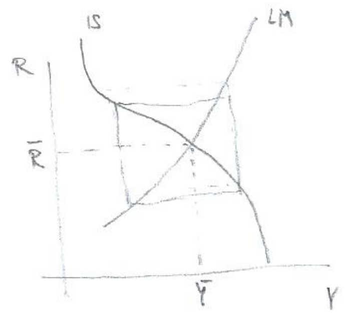
$$x_t = -\frac{l_1 i_1}{l_2 s_1} x_{t-1} \qquad x_t = Y_t - \bar{Y}$$

$$x_t = \left(-\frac{l_1 i_1}{l_2 s_1}\right)^t \cdot x_0$$

Pro stabilní řešení musí být $\frac{l_1 i_1}{l_2 s_1} < 1$

složitá dynamika:





limitní cyklus – neustálé oscilace

SPOJITÝ MODEL

- investiční funkce $I(\overset{+}{Y},\overset{-}{R})$ ... Y_t, R_t ty časové indexy tam nepíšeme, jsou všude
- úsporová funkce $S(\overset{+}{Y},\overset{+}{R})$

$$\frac{dY}{dt} = \dot{Y} = \alpha \left[I(Y,R) - S(Y,R) \right] \qquad \alpha > 0$$

může se měnit s časem

převaha poptávky nad nabídkou

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha \left[\underbrace{\frac{I(Y,R)}{Y}}_{\text{míra investic}} - \underbrace{\frac{S(Y,R)}{Y}}_{\text{míra úspor}} \right]$$

transformace: $Y = e^{\log Y} = e^{y}$

$$\dot{Y} = \dot{y} e^{y}$$
$$\dot{Y} = \dot{y} Y$$
$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \dot{y}$$

$$\dot{y} = \alpha \left[\frac{I(e^{y}, R)}{e^{y}} - \frac{S(e^{y}, R)}{e^{y}} \right]$$

$$\dot{y} = \alpha \left[i(y, R) - s(y, R) \right]$$

jen jsme přejmenovali funkce: $i(y,R) = \frac{I(e^{y}, R)}{e^{y}}$

$$s(y,R) = \frac{S(e^{y}, R)}{e^{y}}$$

u LM pracujeme s geometrickou korekcí, nikoli aritmetickou:

$$e^{\dot{R}} = \left[\frac{L(Y,R)}{M} \right]^{\beta} \qquad \beta > 0$$

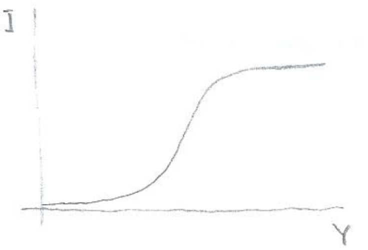
zlogaritmuji: $\dot{R} = \beta \left[l(y,R) - m \right]$ $\qquad l(y,R) = \ln L(e^{y}, R)$

12. přednáška 10. 5. 2013 ①

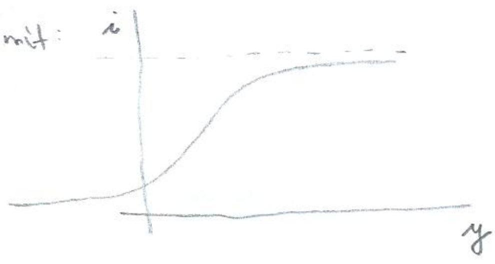
$$\dot{y} = \alpha \left[i(y,R) - s(y,R) \right]$$
$$\dot{R} = \beta \left[l(y,R) - m \right]$$

i – roste v y, klesá v R
s – roste v y i v R.
l – roste v y, klesá R

- teorie Goodwinova, nelineárního akcelerátoru



My budeme mít:



supremum = nejvyšší kladná hodnota

infimum = 0

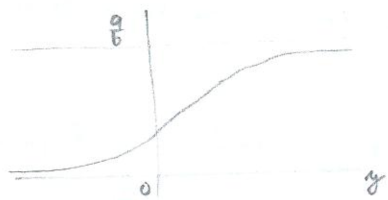
V žádné ekonomice investiční míra (i) nepřekročila 30 % (HDP), takže tento předpoklad je ospravedlnitelný

- $l(y,R) = l_0 + l_1 \cdot y - l_2 R$
- $s(y,R) = s_0 + s_1 y + s_2 R$
- $i(y,R) = g(R) \cdot f(y)$

po $f(y)$ chceme tento ∫ tvar → logistická funkce

logistická diferenciální rovnice:

$$\frac{df(y)}{dy} = y \cdot (a - by)$$
$$f(0) = f_0$$



řešení:
$$f(y) = \frac{af_0}{bf_0 + (a - bf_0)e^{-ay}}$$

$y \to -\infty \Rightarrow f(y) \to 0$
$y \to +\infty \Rightarrow f(y) \to \frac{a}{b}$

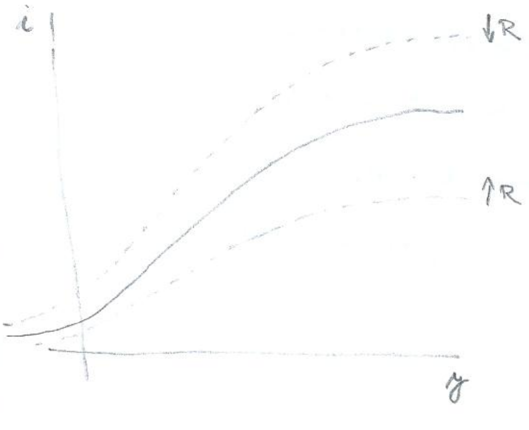
u funkce $g(R)$ předpokládáme tvar: $g(R) = \frac{\lambda}{1+R}$

$$i(y,R) = \frac{\lambda}{1+R} \cdot \frac{af_0}{bf_0 + (a - bf_0)e^{-ay}}$$

← po vynásobení se mi graf trochu posune

→ supremum je nyní $\frac{\lambda}{1+R} \cdot \frac{a}{b}$

→ když R zvýším, graf si trochu „lehne"
když R snížím, graf se trochu zvýší

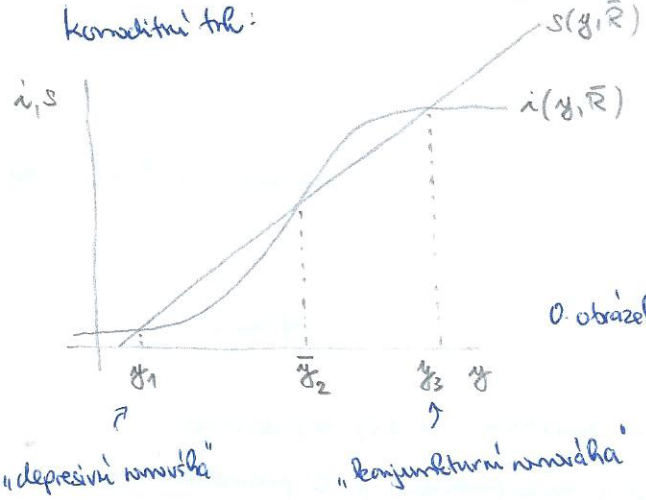


vyšetřím stacionární stav (za $\dot{y}$, $\dot{R}$ dosadím 0) -> $\bar{y}$, $\bar{R}$

(popisuje jak na str. 88 skript dosadit do modelu konkrétní čísla)

mým cílem je ukázat, jak tam vzniká ten endogenní cyklus:

komoditní trh:



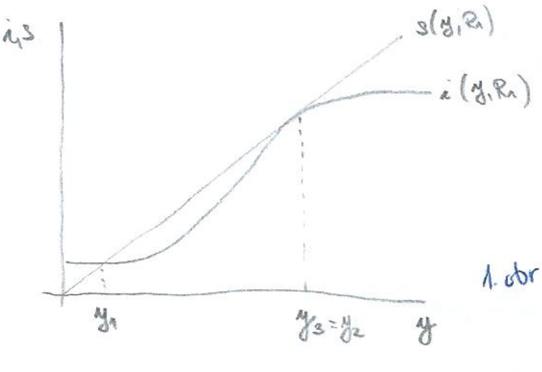
-> y_1 a y_2 jsou body rovnováhy na kom. trhu, ale ne na peněžním trhu

$\bar{y}$ je bodem rovnováhy na obou trzích

0. obrázek

- jakmile vychýlím bod $\bar{y}$ nalevo, je $s > i$ a y bude dále klesat
- analogicky když vychýlím napravo
- čili y_1 a y_2 jsou stabilní rovnováhy, zatímco $\bar{y}$ je nestabilní rovnováha
- ale v y_1 je $l < m$, v y_2 $l > m$
- teď se na to podíváme jako na film – dejme tomu, že došlo k vychýlení šokem doprava a ekonomika se ustálí v y_2
- teď máme poptávku po penězích větší než nabídku a R poroste na $\bar{R}$

já ji nechám růst a ten „film" zastavím až dosáhne R_1:



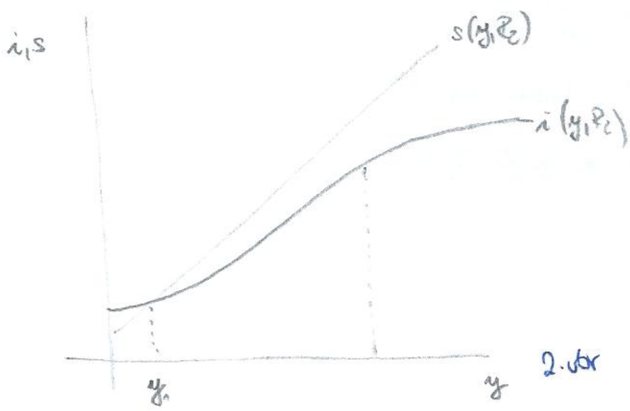
s vzrostla málo

i si „lehla"

- pořád jsme v situaci, kdy y_2 generuje větší l než m

-> R pořád roste

1. obr

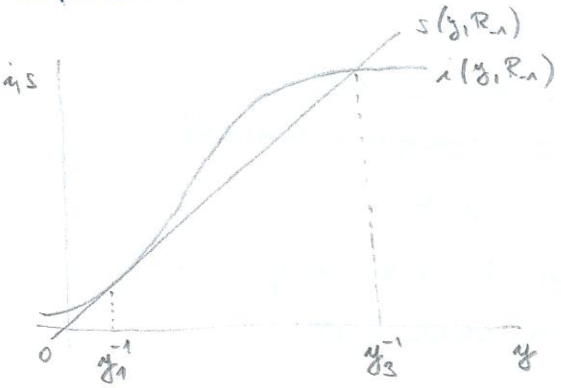


- další růst R mi „zničí" y_3, dojde k velmi rychlému poklesu do depresivní rovnováhy
- aby byl pokles rychlý, musí být $\alpha > \beta$
- v bodě y_1 je najednou $l < m$

R klesá (obrázek by vypadal jako „0. obrázek")

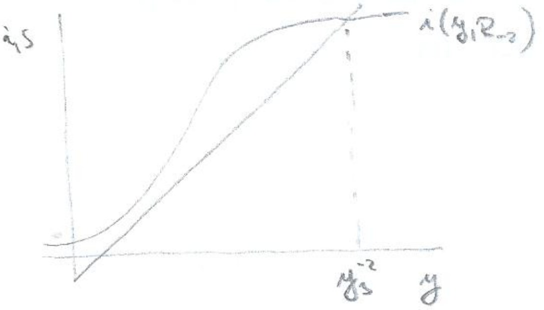
akorát jsme teď v y_1

2. obr



jsme stále v y_1, R bude stále klesat

→ i stále stoupá, s klesá

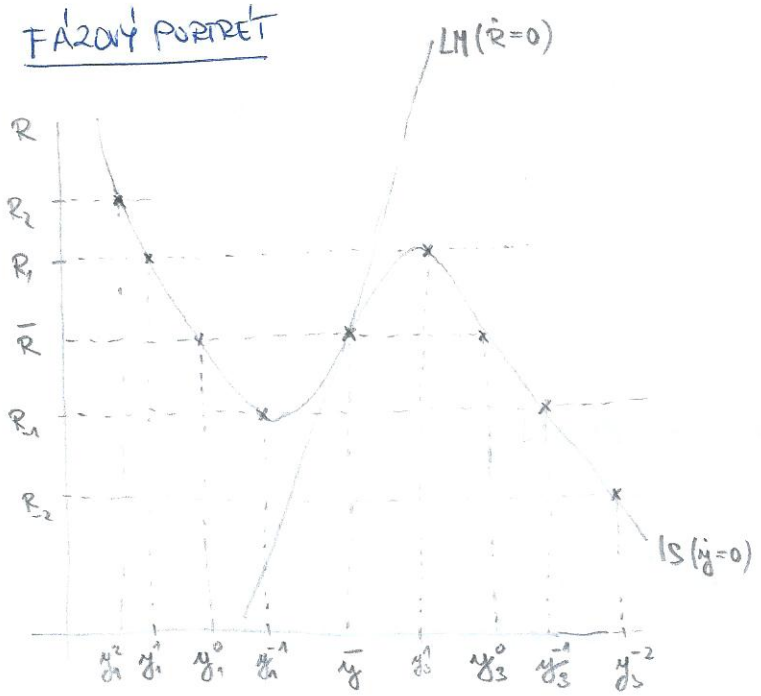


produkce poměrně rychle vzroste, dostaneme se do y_3 a vše se opakuje

- tady vznikají oscilace přímo jako vlastnost systému

- v písemce: dá nám nějaký z těchto obrázků a teď máme nakreslit / popsat co se bude dít dále

FÁZOVÝ PORTRÉT



$\dot{y} = \alpha[i(y,R) - s(y,R)]$

ustál. stavu:

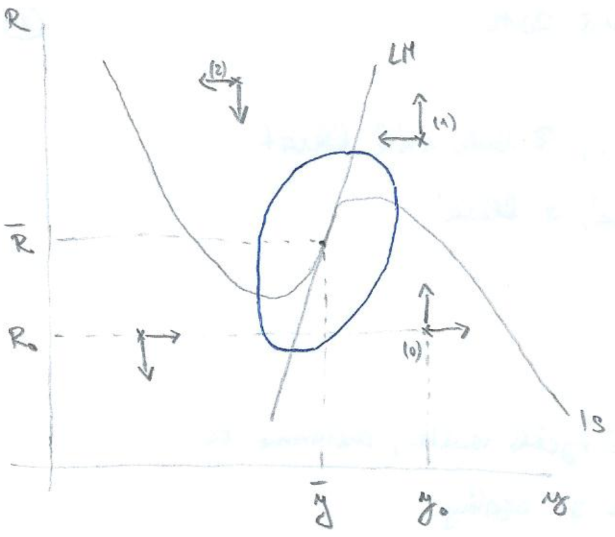
$0 = i(y,R) - s(y,R)$

$i(y,R) = s(y,R)$

→ nakreslíme IS křivku takovou, které odpovídá té složité investiční (logistické) křivce

V normální ekonomii, která není nelineární, je IS klesající → tady to není tak jednoduché

křivka LM → tím se nezabývejte, ta bude normálně lineární



teď koukneme na dynamiku

.. výchozí bod $[y_0; R_0]$

– leží pod křivkou IS. Kdyby ležel na IS, tak by odpovídající R bylo daleko vyšší

Tudíž $i > s$; $\dot{y} > 0$

– na křivce LM: R je nízké, aby byla na LM, musela by být daleko vyšší

. tato situace bude pro všechny body POD IS a POD LM

Testovací bod 1:

.. aby tento bod ležel na IS, musí být R menší
$i < s$; $\dot{y} < 0$

(2): · aby byl na IS, musí být R nižší; ono je ale vysoké → i malé; s vysoké; $\dot{y} < 0$

· dostat se na LM znamená snížit R
teď je R rel. vysoké → l je rel. nízká → $\dot{R} < 0$

(3) · $i > s$; $\dot{y} > 0$

· R je příliš vysoké, $l < m$, $\dot{R} < 0$

· modrou čárou kreslím limitní cyklus:
protnutí IS musí jít svisle
protnutí LM musí jít vodorovně

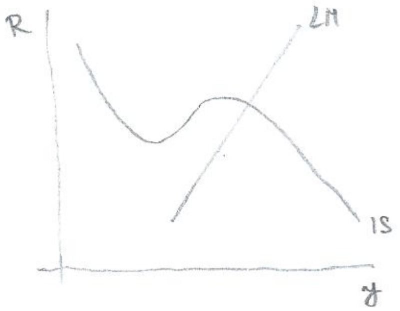
· když začnu uvnitř, tak se stále přibližuju tomuto lim cyklu

· to samé zvnějšku

Důležitá věc (podle toho se dá poznat, jestli se v tom dotyčný vyzná)

– všechny trajektorie jdou svisle přes křivku IS a vodorovně přes křivku LM

- jestliže m (p. nabídka) zvýšíme, posune se LM doprava → mění samotné chování systému. Stačí, aby posunutí bylo kousek za vrcholem, a systém se stane stabilním:



To samé, když snížíme LM „za důlek"

MODELY INFLACE

- v učebnici „statický model inflace" možno přeskočit

Nespojitá dynamika inflace

- historická inflace $\rho_t = p_t - p_{t-1}$ kde p_t je logaritmus cenové hladiny
- rovnovážný stav systému $y*$; konstanta v čase

$$\Delta \rho_t = \rho_t - \rho_{t-1} = \beta \cdot (y_t - y*)$$

$$\Delta y_t = \mu - \rho_t \qquad \mu = \text{tempo růstu peněžní zásoby (v log)}$$

- systém diferenčních rovnic s proměnnými ρ_t, y_t ; $t = 0, 1, 2$

Teď si ukážeme, jak jsme odvodili 2. rovnici.

Vycházíme z Fisherovy rovnice:

$$M_t \cdot V = Y_t \cdot P_t$$

předpokládejme: $M_t = M_0 (1+\mu)^t$

$m_t = m_0 + t \cdot \log(1+\mu)$

$m_{t-1} = m_0 + (t-1) \log(1+\mu)$

$m_t - m_{t-1} = \log(1+\mu)$

zlogaritmujeme: $m_t + v = y_t + p_t$

odečtu zpoždění: $m_{t-1} + v = y_{t-1} + p_{t-1}$

$$\underbrace{m_t - m_{t-1}}_{\log(1+\mu)} = \underbrace{p_t - p_{t-1}}_{\rho_t} + \underbrace{y_t - y_{t-1}}_{\Delta y_t}$$

μ není moc velké, použijeme $\log(1+\mu) \approx \mu$

$$\mu = \rho_t + \Delta y_t$$

za předpokladu konst. rychlosti oběhu peněz

$$y_t - y_{t-1} = \mu - p_t$$
$$p_t - p_{t-1} = \beta \cdot (y_t - y^*)$$

vynásobíme 1. rovnici $\cdot \beta$ (chci to řešit, zjišťuji, jestli je model stabilní)

$$\beta(y_t - y_{t-1}) = \beta(\mu - p_t)$$
$$p_t - p_{t-1} = \beta(y_t - y^*)$$

ještě přidám $p_{t-1} - p_{t-2} = \beta(y_{t-1} - y^*)$

tyhle 2 odečtu: $p_t - 2p_{t-1} + p_{t-2} = \beta(y_t - y_{t-1})$

$$\Rightarrow p_t - 2p_{t-1} + p_{t-2} = \beta(\mu - p_t)$$
$$(1+\beta)p_t - 2p_{t-1} + p_{t-2} = \beta\mu$$

Teď napíšu to samé ve stacionárním stavu (kdy musí platit $p_t = \mu$)

$$(1+\beta)\mu - 2\mu + \overset{\mu}{\cancel{p}} = \beta\mu$$

odečtu je od sebe: fluktuace označím $x_t = p_t - \mu$

$$(1+\beta)x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2} = 0 \quad /: (1+\beta)$$
$$x_t - \frac{2}{1+\beta}x_{t-1} + \frac{1}{1+\beta}x_{t-2} = 0$$

výpočet diskriminantu $D = \frac{4}{(1+\beta)^2} - 4 \cdot \frac{1}{1+\beta}$

$\beta > 0 \Rightarrow D < 0$

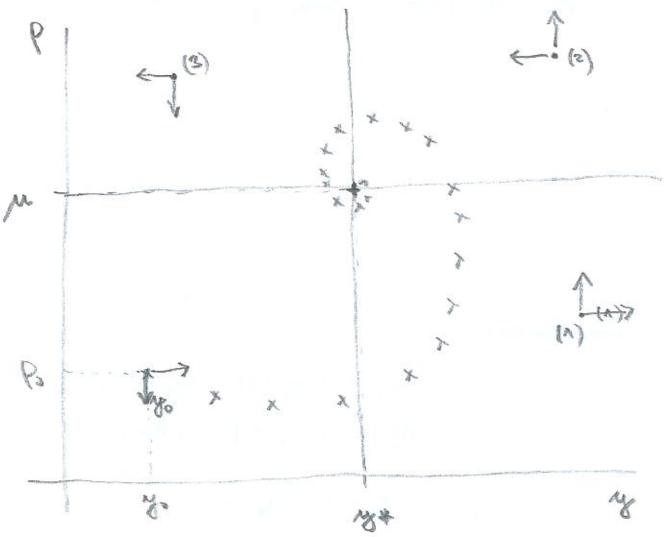
$\to$ systém bude oscilovat

budou 2 kořeny komplexně sdružené:

$$\lambda \cdot \bar{\lambda} = |\lambda|^2 = c = \frac{1}{1+\beta}$$
$$\to |\lambda| = \sqrt{\frac{1}{1+\beta}}$$

což je číslo < 1; systém tedy osciluje tlumeně

odkaz na poslední cvičení



FÁZOVÝ PORTRÉT
- stabilní bod $[y^*, \mu]$
- dílčí rovnováhy: $0 = \beta(y - y^*) \Rightarrow y = y^*$ (kolmá čára)

  $0 = \mu - p \Rightarrow \mu = p$ (vodorovná čára)